(pôle nord en bas), observer que nos flotteurs vont se disposer en formant exactement le type de constellation que révèle une plaque équatoriale ayant un nombre de chromosomes égal à celui de nos flotteurs! Je reproduis ici les principales configurations observées par MAYER (fig. 11).

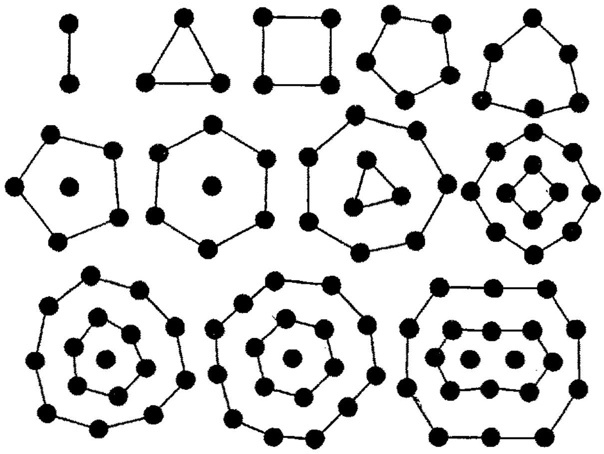

Fig. 11. Constellations d'aimants flottants observées par MAYER (1879): les types 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 10, 12, 16, 18, 20.

L'identité du modèle magnétique et de la figure naturelle est d'autant plus facile à constater que les conditions chromosomiques sont plus simples; chez les Hémiptères hétéroptères où, le plus souvent, les chromosomes auxocytaires sont égaux entre eux par la forme et le volume, l'observation des cinèses révèle, pour peu que la fixation soit impeccable, les configurations mêmes décrites par MAYER. Lorsque nous avons affaire à des chromosomes de forme et de dimensions variées (ce qui est le cas général des Vertébrés), l'analyse est plus difficile et n'a pas été entreprise par les auteurs précités. Mais mon élève R. BOVEY (inédit) a pu montrer que, dans ce cas aussi, nous obtenons des images de mitoses qui correspondent, dans leur disposition, à celles que la cellule révèle. C'est ainsi que chez beaucoup de Vertébrés la métaphase dessine une couronne périphérique de grands chromosomes encerclant un certain nombre de petits éléments (fig. 12, *A*), alors que, dans d'autres cas, la couronne de macrochromosomes existe seule, le centre de la plaque demeurant vide (fuseau creux). Ces deux configurations ont été reproduites par BOVEY et répondent donc aux conditions mécaniques définies par MAYER: les chromosomes se repoussent mutuellement et sont placés dans un champ d'attraction dont les centrosomes figurent les pôles.

Remarquons encore que dans la fig. 12, *B*, un chromosome se trouve au centre de la plaque; il s'agit incontestablement d'un déplacement artificiel dû à la fixation ou au rasoir du microtome. Il est en effet très intéressant de voir que plus la fixation est parfaite, plus aussi la constellation réalisée s'identifie avec les schémas de MAYER. L'impression esthétique très vive que provoque la contemplation d'une mitose impeccablement conservée dérive certainement de ce que les règles géométriques de l'arrangement normal sont respectées. Pour tout cytologiste un peu entrainé, le moindre défaut de fixation se traduit au contraire par un pénible sentiment de désordre, qui provient, lui,

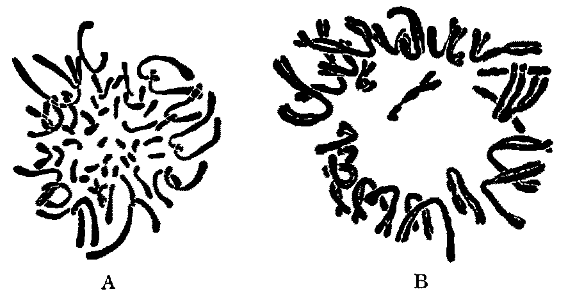

Fig. 12. Les grands chromosomes forment une couronne autour des éléments plus petits ou bien les petits éléments manquent: A) *Hynobius dunni* (d'après MAKINO, 1935); B) *Triton cristatus* (original).

de la rupture des distances interchromosomiques normales et des déplacements par rapport au plan équatorial: *'Αει ὁ Θεος γεωμετρεί.*

Nous pouvons aborder maintenant le problème de l'évolution de la formule chromosomiale chez les Vertébrés.

(La suite prochainement)

Vorläufige Mitteilungen - Communications provisoires Comunicati provvisori - Brief reports

Für die vorläufigen Mitteilungen ist ausschließlich der Autor verantwortlich. – Les auteurs sont seuls responsables des opinions exprimées dans ces communications. – Per i comunicati provvisori è responsabile solo l'autore. – The Editors do not hold themselves responsible for the opinions expressed by their correspondents.

Über die Wahrscheinlichkeit seltener Erscheinungen

Wenn ein Ereignis, wie etwa bei einem radioaktiven Vorgang, in zeitlich zufälliger Weise, aber mit festbleibender Wahrscheinlichkeit eintrifft, so daß mit einem bestimmten Mittelwert von $\varkappa$ Ereignissen in der Sekunde gerechnet werden kann, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es in einem bestimmten Zeitintervall der Länge t, also zwischen t_0 und $t_0 + t$, nicht eintrifft, nach einer Formel von POISSON gleich $e^{-\varkappa t}$.

Es sei nun die Wahrscheinlichkeit $w(\varkappa;\ t, T)$ dafür gesucht, daß das Ereignis während einer Beobachtungszeit T wenigstens einmal mindestens t Sekunden lang ausbleibt, daß also das längste ereignisfreie Zeitintervall zwischen T_0 und $T_0 + T$ mindestens die Länge t besitzt. Das genaue Resultat ist:

$$\begin{aligned} w = \; & (1+\varkappa(T-t))\, e^{-\varkappa t} \\ & -\varkappa(T-2t)\left(1+\frac{\varkappa(T-2t)}{2}\right) e^{-2\varkappa t} \\ & +\frac{\varkappa^2}{2!}(T-3t)^2\left(1+\frac{\varkappa(T-3t)}{3}\right) e^{-3\varkappa t} - + \ldots, \end{aligned}$$

wobei nur die Glieder zu nehmen sind, für welche $T \geqq nt$ ist ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

Ist T groß gegenüber t, so gilt mit $\eta = \varkappa t e^{-\varkappa t}$ und $x = \varkappa T e^{-\varkappa t}$ in hoher Annäherung:

$$w = 1 - (\varphi - e^{-\varkappa t}\,\psi)\, e^{-x},$$

wobei

$$\begin{aligned} \varphi &= 1 - \eta(x-1) + \frac{\eta^2}{2!}(x^2 - 5x + 4) - \\ & - \frac{\eta^3}{3!}(x^3 - 12x^2 + 37x - 27) + \ldots, \\ \psi &= 1 - \eta(x-2) + \frac{\eta^2}{2!}(x^2 - 7x + 9) - \\ & - \frac{\eta^3}{3!}(x^3 - 15x^2 + 61x - 64) + \ldots \end{aligned}$$

ist.

Für kleine Werte von ηx erhält man die Näherungsformel:

$$w = 1 - e^{-\varkappa T e^{-\varkappa t}}.$$

Ist z. B. $t = 5^{\text{sec}}$, $T = 3600^{\text{sec}}$, so wird bei $\varkappa = 1$ $w = 1 - \frac{1}{70\,000\,000\,000}$, während sich für $\varkappa = 2$ und $\varkappa = 3$ die Werte $w = 0{,}279$ und $w = 0{,}0033$ ergeben. Größere Pausen zufälliger Natur sind an sich seltene Erscheinungen, die aber bei längerer Beobachtungsdauer doch mit hoher Wahrscheinlichkeit auftreten müssen.

Ist t die Länge des größten ereignisfreien Intervalls während der Beobachtungszeit T, so kann man, wenn T groß gegenüber t ist, nach der Formel

$$\varkappa = \frac{0{,}159 + \log T + \log \varkappa}{0{,}434\, t},$$

in welcher log den gemeinen Logarithmus bezeichnet, einen wahrscheinlichen Wert der Häufigkeit $\varkappa$ bestimmen. Dies gilt auch, wenn die Einzelereignisse, wie bei den Höhenstrahlen, von kurzen «Schauern» begleitet sind, die eine direkte Zählung stören können.

P. FINSLER

Mathematisches Institut der Universität, Zürich, den 14. April 1945.

Über die Quaternionenmultiplikation regulärer vierfachperiodischer Funktionen

In einer frühern Arbeit[1] habe ich alle vierfachperiodischen rechtsregulären Funktionen einer Quaternionenvariablen definiert und aufgestellt. Dabei blieb noch ein allgemeiner funktionentheoretischer Satz, der vermutungsweise ausgesprochen wurde, unbewiesen.

[1] R. FUETER: *Über vierfachperiodische Funktionen*, Monatshefte f. Math. u. Phys. *48*, 161 (1939).

Dieser Satz ist unterdessen von Herrn WALTER NEF bewiesen worden[1], so daß die in jener Arbeit ausgesprochenen Resultate nun vollständig bewiesen sind. Sind ω_k ($k = 1, 2, 3, 4$) die vier Perioden, deren Komponenten eine von Null verschiedene Determinante bilden müssen, und wählt man sie als Quaternionen des maximalen Integritätsbereiches J einer definiten BRANDT*schen Quaternionenalgebra*[2], so läßt sich die Theorie der komplexen Multiplikation der elliptischen Funktionen weitgehend auf den Bereich der vierfachperiodischen Funktionen übertragen. Ist nämlich $w = f(z)$ irgendeine der vierfachperiodischen rechtsregulären Funktionen mit den Perioden ω_k aus J, und sind μ und ν zwei Quaternionen jenes maximalen Integritätsbereiches J, so ist offenbar:

$$W = f(\mu z \nu)\, \mu$$

rechtsregulär als Funktion von z, vierfachperiodisch und hat außerdem die Perioden von $w = f(z)$. Deshalb kann W durch die von mir eingeführten Funktionen $p_{n_1 n_2 n_3}(z;\, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ dargestellt werden, so wie es in meiner zitierten Arbeit[3] angegeben wurde. Man erhält so wichtige Funktionalgleichungen.

Diese Darstellung wird besonders einfach und elegant, wenn man als Funktion $f(z)$ eine der regulären vierfachperiodischen Funktionen $p_{n_1 n_2 n_3}(z)$ selbst wählt. $p_{n_1 n_2 n_3}(\mu z \nu)\, \mu$ hat im Innern des Parallelotopes der Perioden nur die isolierten unwesentlichen singulären Punkte:

$$z = \mu^{-1} \lambda\, \nu^{-1},$$

wo die λ ein bestimmtes endliches System von (mod. μ, ν) inkongruenten Quaternionen von J durchläuft. Letzteres heißt, daß für zwei verschiedene der λ, etwa λ' und λ'', das Quaternion $\mu^{-1}(\lambda' - \lambda'')\nu^{-1}$ *nicht* in J liegt. Zur vollen Entwicklung der Theorie müssen Sätze über die Nullstellen der vierfachperiodischen Funktionen aufgestellt werden, was bisher nicht geschehen ist.

RUD. FUETER

Mathematisches Institut der Universität, Zürich, den 15. April 1945.

[1] W. NEF: *Die unwesentlichen Singularitäten der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen*, Comm. Math. Helv. *16*, 284 (1943/44).

[2] H. BRANDT: *Idealtheorie in Quaternionenalgebren*, Math. Ann. *99*, 1 (1928). Siehe auch die beiden Arbeiten: R. FUETER: *Quaternionenringe*, Comm. Math. Helv. *6*, 199 (1933/34); R. FUETER: *Zur Theorie der* BRANDT*schen Quaternionenalgebren*, Math. Ann. *110*, 650 (1935).

[3] R. FUETER: *Über vierfachperiodische Funktionen*, Monatshefte f. Math. u. Phys. *48*, 161 (1939).

Zur Charakterisierung zellteilungswirksamer Substanzen an der Gewebekultur

Zellteilungsgifte beeinflussen die Lebensvorgänge der ruhenden Zelle in weitem Konzentrationsbereich wenig. Sie lassen der Zelle die Fähigkeit, in das Teilungsstadium zu treten. Daraus resultiert eine veränderte Reaktionsbereitschaft, die erst den Effekt «zellteilungswirksamer» Stoffe ermöglicht. Verschiedene Autoren haben versucht, den Begriff der Zellteilungsgifte auf Grund morphologisch feststellbarer Wirkungsunterschiede zu differenzieren (MOELLENDORFF, DUSTIN, BUCHER, BUJARD u. a.).

Bei der Untersuchung der Zellteilungswirkung einer Reihe chemisch verschiedener Stoffgruppen sind wir zur